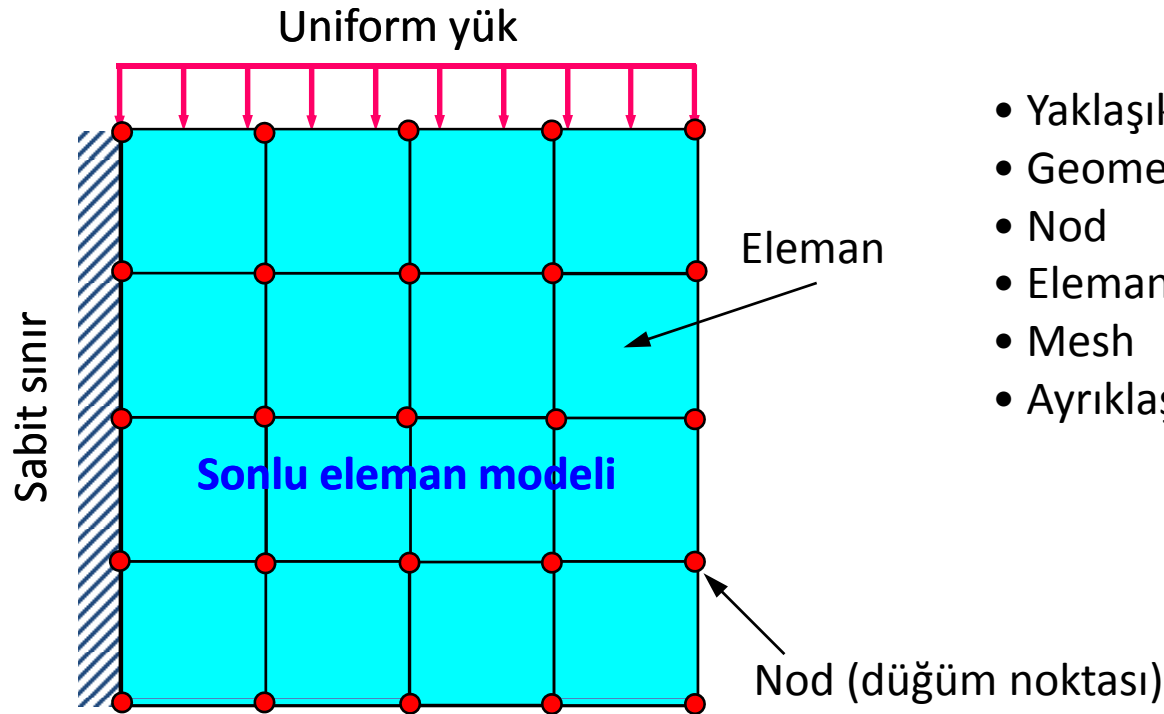


SONLU ELEMANLAR (FINITE ELEMENTS) YÖNTEMİ

Sonlu Elemanlar Yöntemi, çeşitli mühendislik problemlerine kabul edilebilir bir yaklaşımla çözüm arayan bir sayısal çözüm yöntemidir.



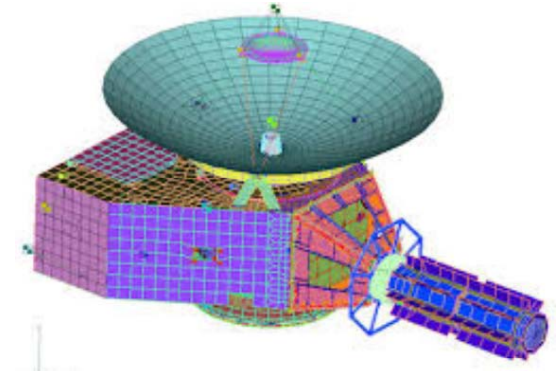
- Yaklaşık çözüm yöntemi
- Geometrik model
- Nod
- Eleman
- Mesh
- Ayrıklaştırma (Discretization)

Problem: Levhadaki gerilme ve şekil değişme bileşenlerini hesaplayınız.

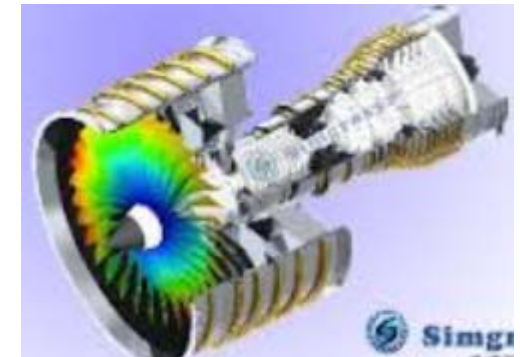
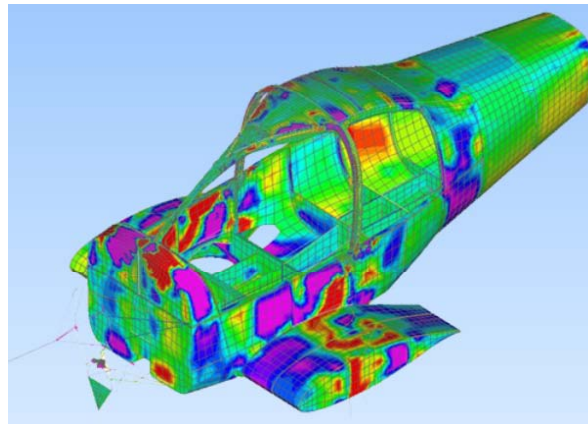
SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİNİN MÜHENDİSLİK TASARIMINDAKİ YERİ

Matematiksel fizik ve mühendisliğin hemen hemen her dalındaki problemlere uygulanabilir.

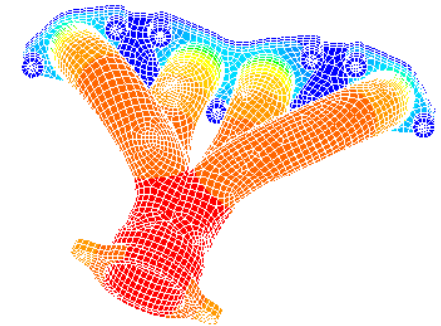
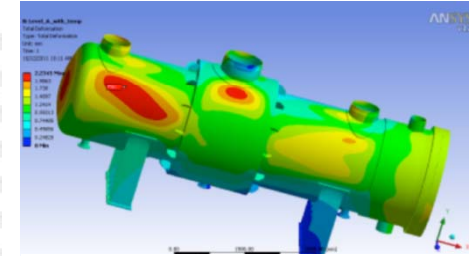
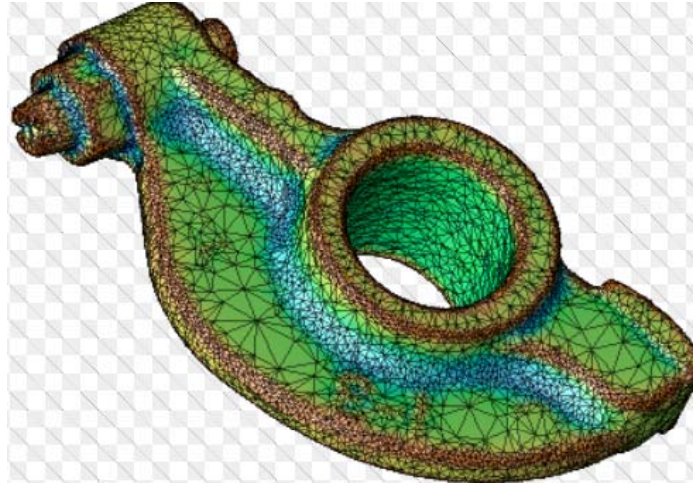
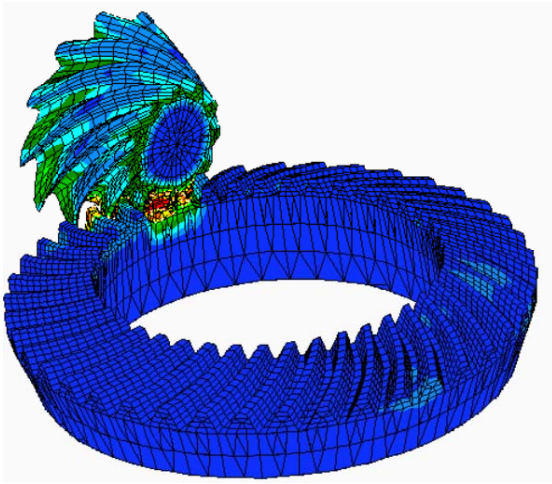
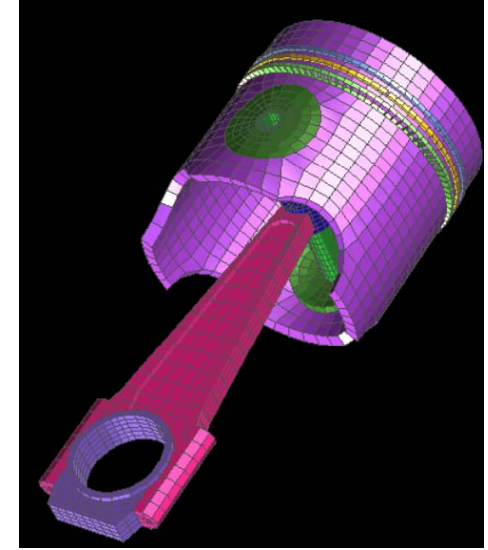
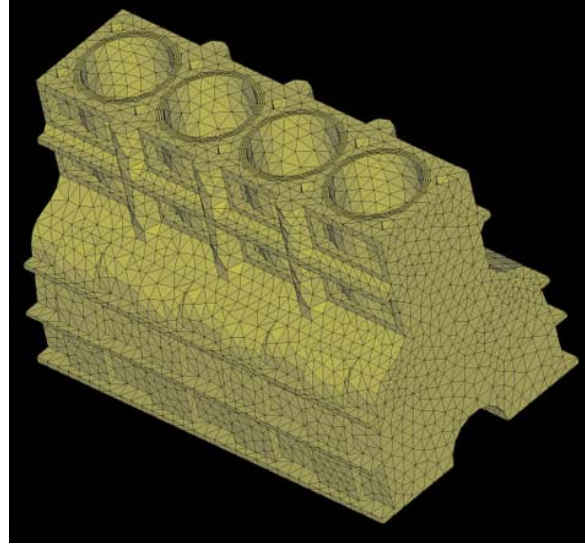
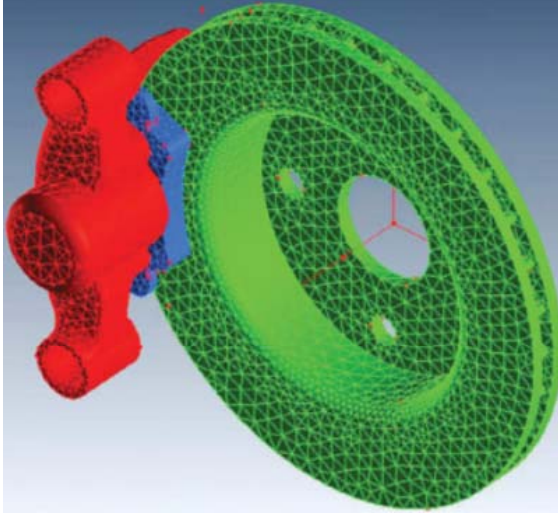
- gerilme analizi,
- akışkanlar mekaniği,
- ısı iletimi, ısı genleşme, yalıtım,
- dalga yayılımı,
- statik ve dinamik elastisite ve plastisite problemleri,
- darbe analizleri,
- sismik deprem analizleri,
- aerodinamik,
- balistik,
- gürültü ve titreşim analizi,
- yorulma analizi,
- biomekanik,
- elektrik ve manyetik alanlar,
- Medikal Uygulamalar...



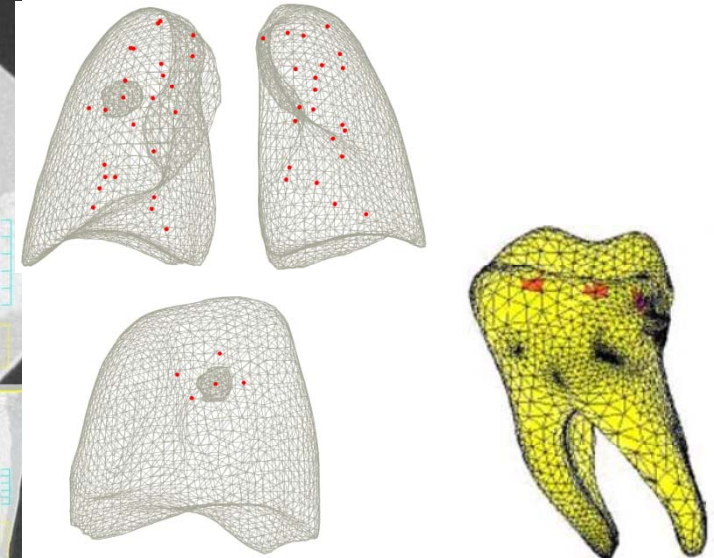
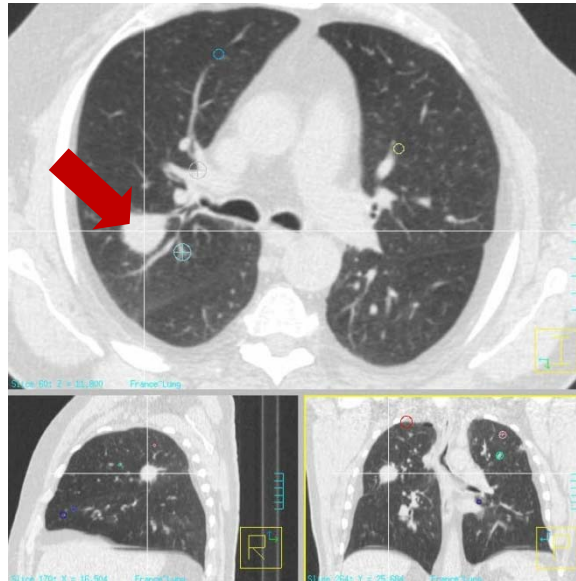
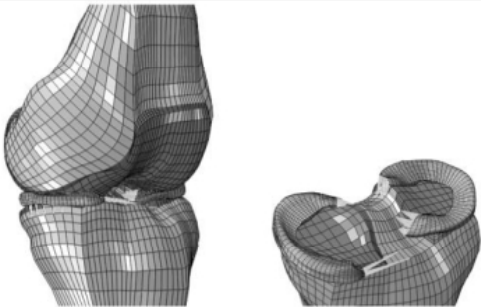
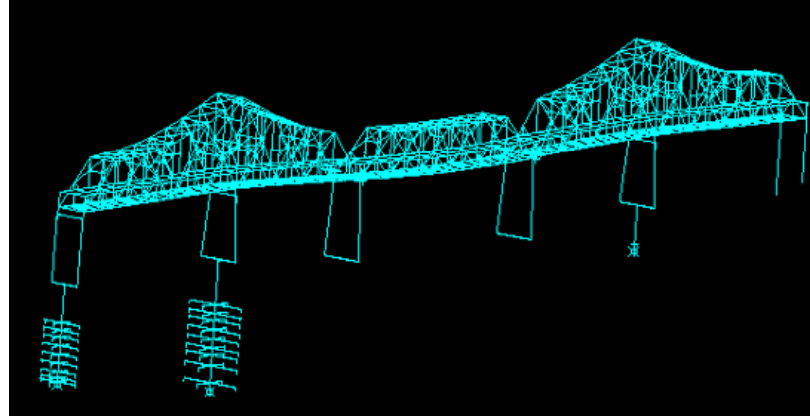
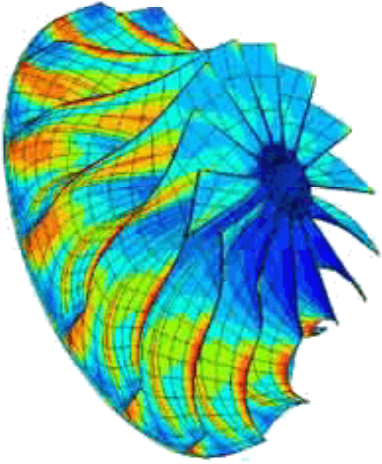
Yöntemi ilk Boeing 1950'de kanat tasarımında kullandı.



SONLU ELEMENLAR YÖNTEMİNİN MÜHENDİSLİK TASARIMINDAKİ YERİ



SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİNİN MÜHENDİSLİK TASARIMINDAKİ YERİ

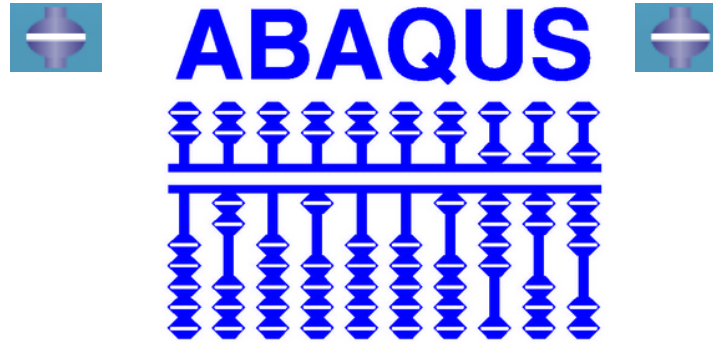


SONLU ELEMENLAR YÖNTEMİNİN AVANTAJLARI

- Sonlu Elemanlar Yöntemi, geometrisi karmaşık şekillerin incelenmesine olanak sağlar. Çözüm bölgesi alt bölgelere ayrılabilir ve değişik sonlu elemanlar kullanılabilir. Gerekğinde bazı alt bölgelerde daha hassas hesaplamalar yapılabilir,
- Değişik ve karmaşık malzeme özellikleri olan sistemlerde kolaylıkla uygulanabilir. Örneğin, anizotropi, nonlineer, zamana bağlı malzeme özellikleri gibi malzeme özellikleri dikkate alınabilir,
- Parçanın geometrisinde basitleştirme yapma ihtiyacı duyulmaz,
- Sınır koşulları, sistemin temel denklemleri kurulduktan sonra, oldukça basit satır sütun işlemleriyle denklem sistemine dahil edilebilir,
- Matematiksel olarak genelleştirilebilir ve çok sayıda problemi çözmek için aynı model kullanılabilir,
- Yöntemin hem fiziksel anlamı hem de matematiksel temeli mevcuttur,
- Mühendislik uygulamalarında kullanılabilecek bir çok yazılım mevcuttur (Fortran kodları, ABAQUS, ANSYS, Nastran, Patran, Marc vs.)

SONLU ELEMENLAR YÖNTEMİNİN DEZAVANTAJLARI

- Bazı problemlere uygulanmasında bazı zorluklar (sınır koşulları, ayrıklaştırılma vs.) vardır,
- Elde edilen sonucun doğruluğu verilerin ve uygulanan yöntemin doğruluğuna bağlıdır,
- Kabul edilebilir doğru sonucun elde edilmesi için bölgenin ayrıklaştırılması (mesh) deneyim gerektirir,
- Diğer yaklaşık yöntemlerde olduğu gibi, Sonlu Elemanlar Yöntemi ile elde edilen sonucun doğruluğu üzerinde dikkat edilmeli ve fiziksel problem iyi incelenmelidir. Çıkabilecek sonuç önceden kestirilmeli ve sonuç ona göre test edilmeli ve yorumlanmalıdır.



Abaqus ilk sürümü 1978 yılında piyasa çıkmış bir sonlu elemanlar analizi ve bilgisayar destekli mühendislik yazılımıdır. “Dassault Systèmes” tarafından lisansı sağlanmaktadır. Otomotiv, havacılık, savunma, makine sanayi gibi bir çok sektörde kullanılmaktadır. Statik, Dinamik analizler, Isı transfer problemlerinin çözümü, Hesaplamalı Akışlar Dinamiği gibi hemen hemen tüm mühendislik disiplinlerinin analizlerinde kullanılmaktadır. Malzeme modelleme yeteneklerinin diğer yazılımlara göre üstün olması ve kullanıcı tarafından özelleştirilebilir olması akademik çalışmalarda yaygın olarak kullanılmasını sağlamıştır. 4 ana modülden oluşur.

Latest Release

> Abaqus 6.14

Product Suite

> Abaqus/CAE

> Abaqus/Standard

> Abaqus/Explicit

> Abaqus/CFD

“Complete Abaqus Environment” ile makine parçalarının modellenmesi, analizinin yapılması ve sonuçların görselleştirilmesi yapılır.

genel amaçlı implicit analiz yapabileceğiniz bir modüldür.

çarpışma, düşme, patlama gibi non lineer analizlerin yapılabildiği modüldür.

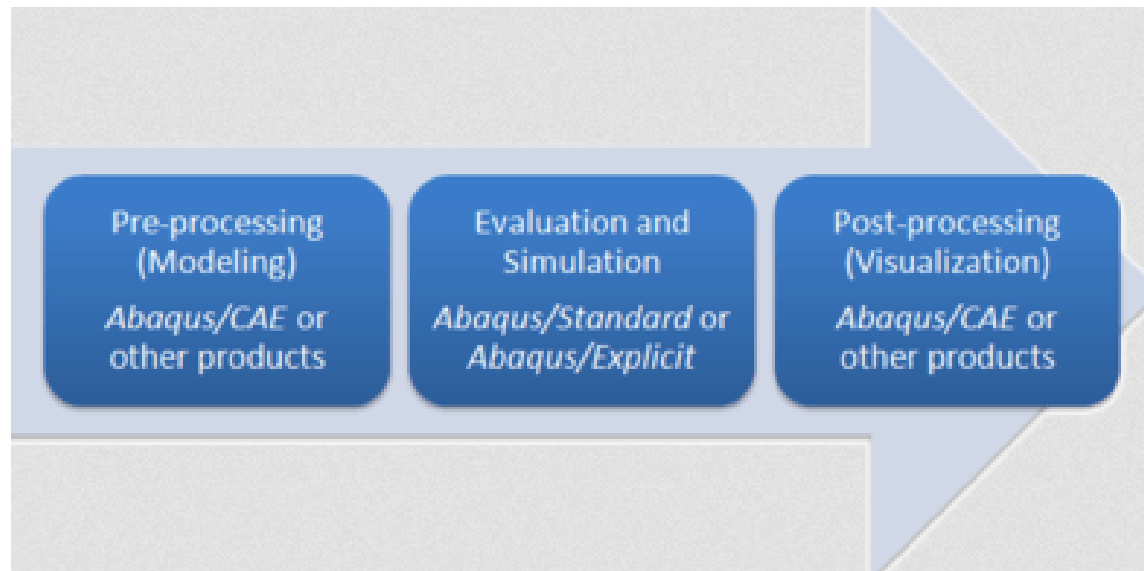
hesaplamalı akışkanlar dinamiği analizleri için modelleme, analiz ve raporlamasını yapan modüldür.



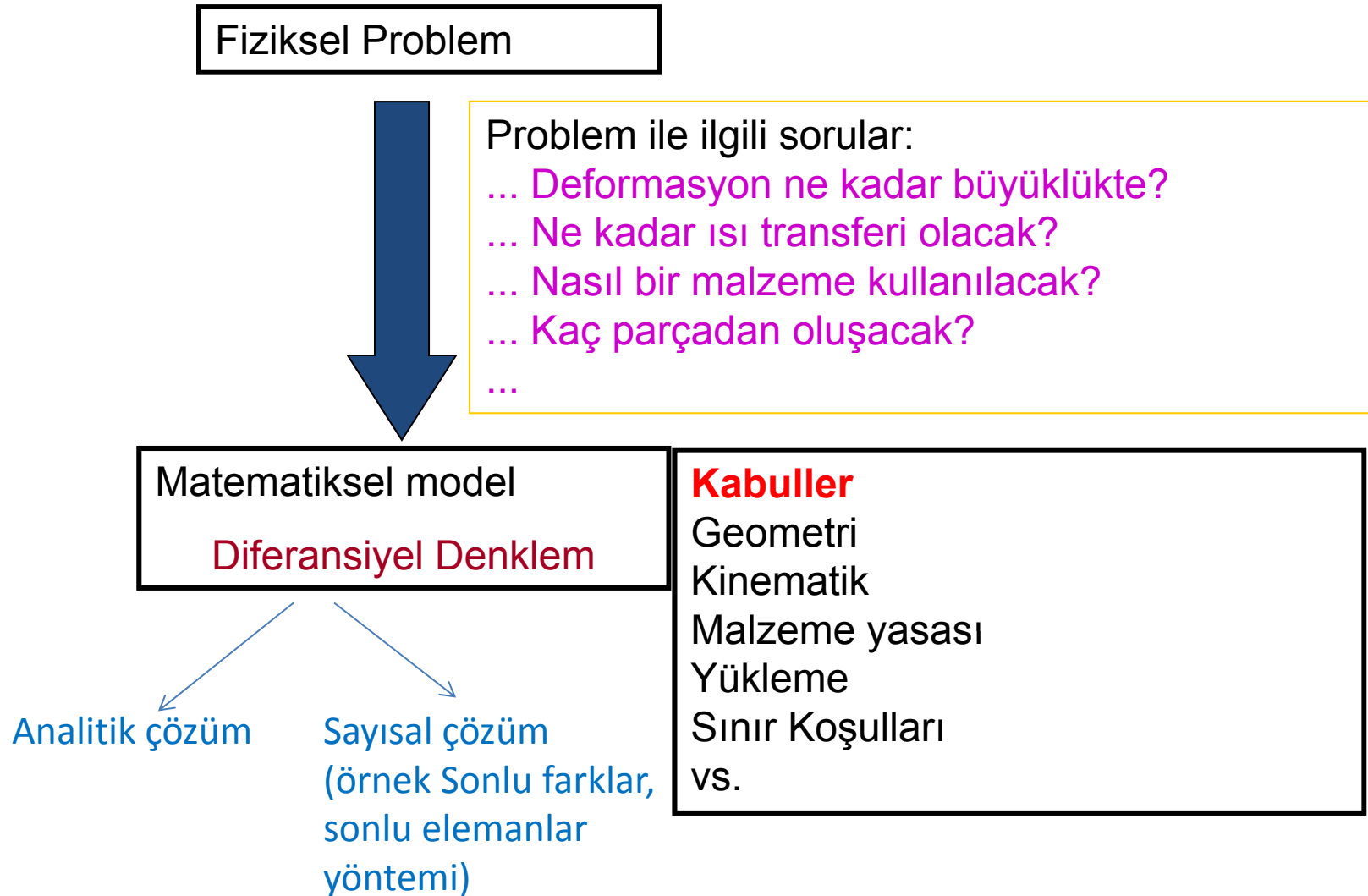
Abaqus diğer CAD yazılımlarında (CATIA, SOLIDWORKS vs) olduğu gibi unsur tabanlı (parametrik) modelleme özelliğine sahiptir. Yaptığınız işlemler unsur ağacında görülmekte olup sonradan değiştirme olanağı sağlamaktadır.

Abaqus'un diğer bir özelliği ise modelleme, analiz ve çözüm kısımlarının tek bir ara yüzde bulunmasıdır.

Diğer CAD programlarında çizdiğimiz parçaları IMPORT yaparak Abaqus'e aktarabiliriz.

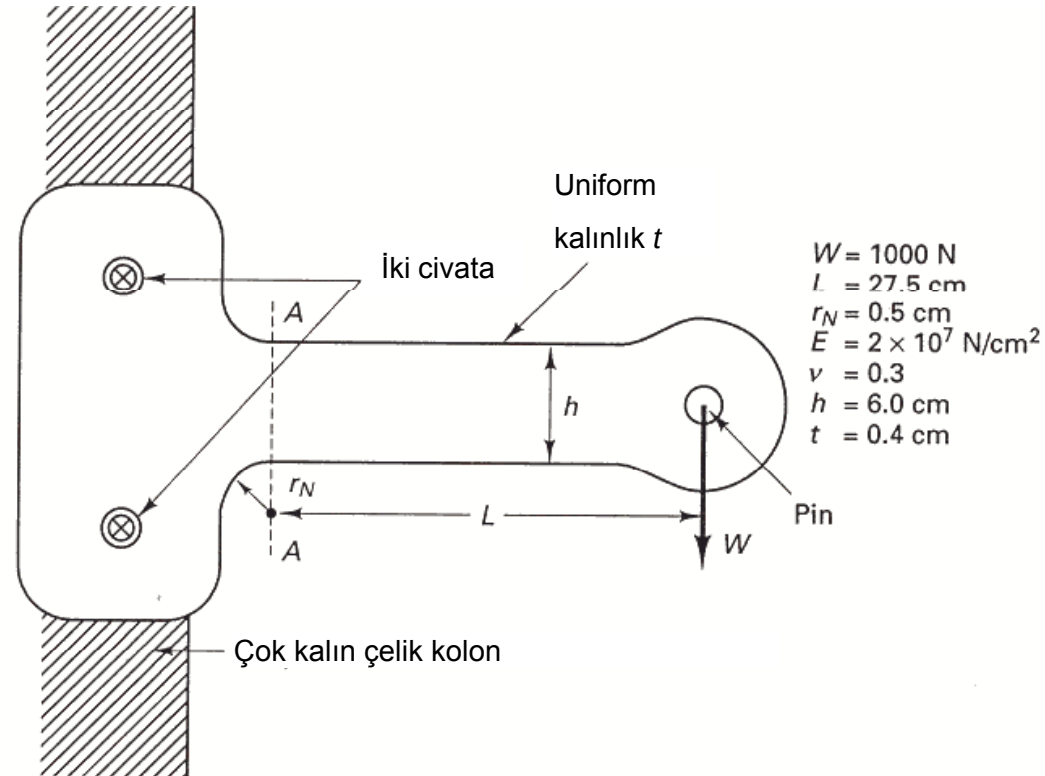


Mühendislik Tasarımı – Genel Senaryo



Bir sistemin içerisindeki herhangi bir noktanın gerçek davranışını temsil eden analitik çözümlere karşılık, sayısal çözümler sadece düğüm noktaları (node) adı verilen belirli noktalarda tam çözümleri yaklaşık olarak temsil eder.

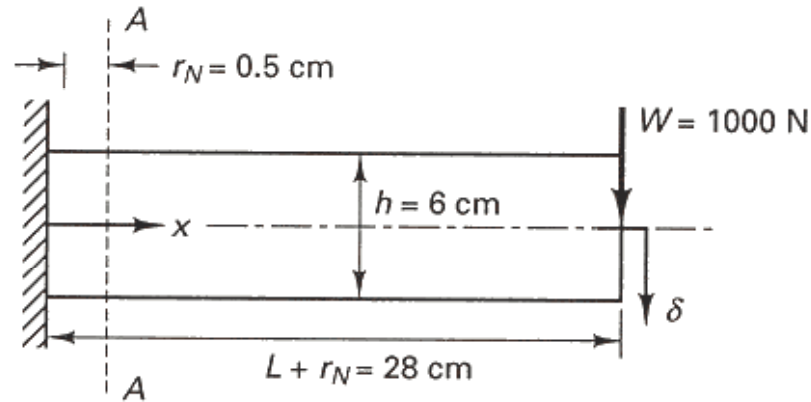
Mühendislik Tasarımı – Fiziksel Problem – Örnek



Sorular:

1. AA kesitindeki eğilme momenti nedir?
2. Pindeki sehim ne kadardır?

Mühendislik Tasarımı – Fiziksel Problem – Matematiksel Model 1: Çubuk Eleman



AA Kesitinde Moment

$$\begin{aligned} M &= WL \\ &= 27,500 \text{ N cm} \end{aligned}$$

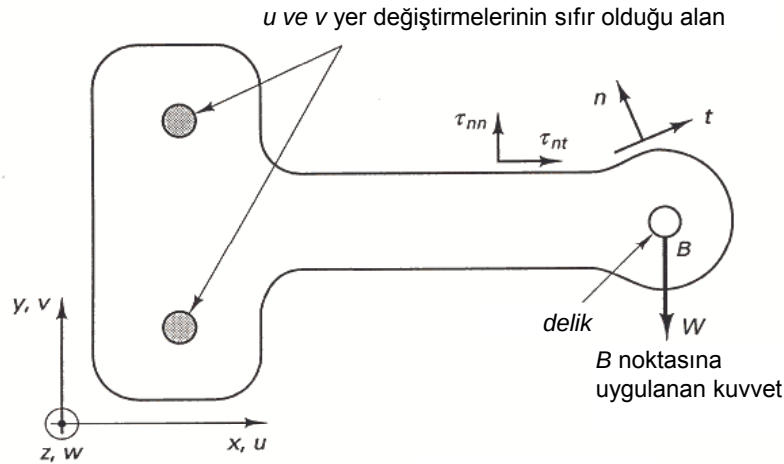
Sehim

$$\begin{aligned} \delta_{\text{at load } W} &= \frac{1}{3} \frac{W(L + r_N)^3}{EI} + \frac{W(L + r_N)}{\frac{5}{6} AG} \\ &= 0.053 \text{ cm} \end{aligned}$$

Bu model ne kadar **güvenilir**?

Bu model ne kadar **verimli**?

Mühendislik Tasarımı – Fiziksel Problem – Matematiksel Model 2: Düzlem Gerilme



Denge Denklemleri

$$\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} = 0$$

Yüzeyler serbest (B noktası hariç) $\tau_{nn} = 0$, $\tau_{nt} = 0$ ve Sabitlenen bölgede yer değiştirmeler sıfır

Gerilme-Şekil değiştirme ilişkisi

$$\begin{bmatrix} \tau_{xx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu)/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

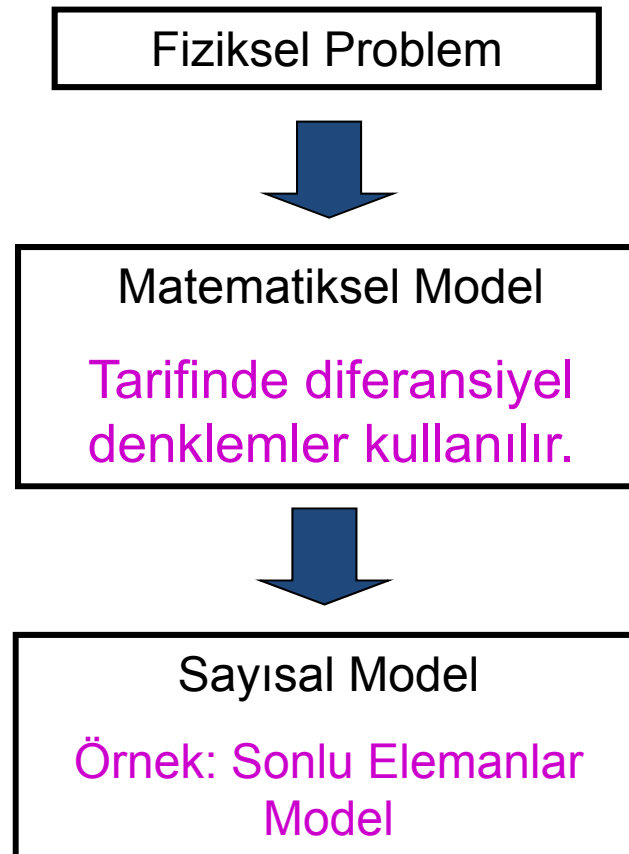
E = Elastisite Modülü, ν = Poisson Oranı

Şekil değiştirme-Yer değiştirme ilişkisi

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

Elastisite temel denklemleri ile daha gerçekçi bir çözüm elde edilir fakat elle çözmek kolay değil! Çözüm aşamasında Sonlu Elemanlar tekniği kullanılabilir:

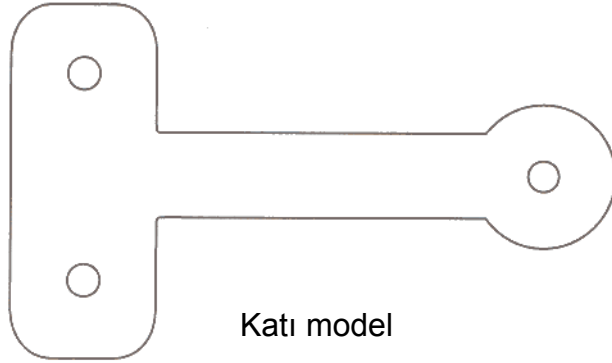
Mühendislik Tasarımı – Genel Senaryo



Mühendislik Tasarımı – Genel Senaryo – Sonlu Elemanlar Analizi

ÖN İŞLEM AŞAMASI (PRE-PROCESSING)

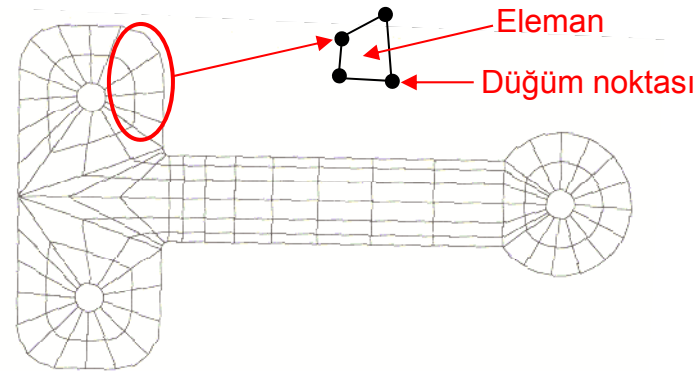
1. Geometrik modeli oluştur:



2. Malzeme özelliklerini (Elastisite modülü, Poisson oranı) tanımla:

3. Sınır koşullarını tanımla (sabitlenene bölgeler, yük uygulanan bölgeler):

4. Sonlu Elemanlar Modelini oluştur:



Katı modeli birbirlerine düğüm noktaları ile bağlı ve üst üste binmeyen elemanlara ayır.

Sonlu Elemanlar modeli

Mühendislik Tasarımı – Genel Senaryo – Sonlu Elemanlar Analizi

ÇÖZÜM AŞAMASI (ANALİZ)

1. Her elemanın davranışını tanımla.
2. Her elemanın davranışını birleştirerek tüm modelin davranışını tanımla. (Bu işleme “montaj” (assembly) adı verilir.)

SON İŞLEM AŞAMASI (POST-PROCESSING)

AA kesitindeki momenti hesapla.

Mühendislik Tasarımı – Fiziksel Problem – Matematiksel Model 2: Düzlem Gerilme

Matematiksel Model 2'nin Sonlu Elemanlar Yöntemi ile çözümü (düzlem gerilme)

AA kesitindeki Moment $M = 27,500 \text{ N cm}$

Sehim $\delta_{\text{at load W}} = 0.064 \text{ cm}$

Sonuç: Problem Mukavemet denklemleri ve Elastisite Teorisi yardımlarıyla modellendi. Elastisite denklemleri Sonlu eleman yöntemi ile çözüldü.

Mukavemet çözümü: $M = 27,500 \text{ N cm}$
 $\delta = 0.053 \text{ cm}$

Sonlu Elemanlar Çözümü: $M = 27,500 \text{ N cm}$
 $\delta_{\text{at load W}} = 0.064 \text{ cm}$

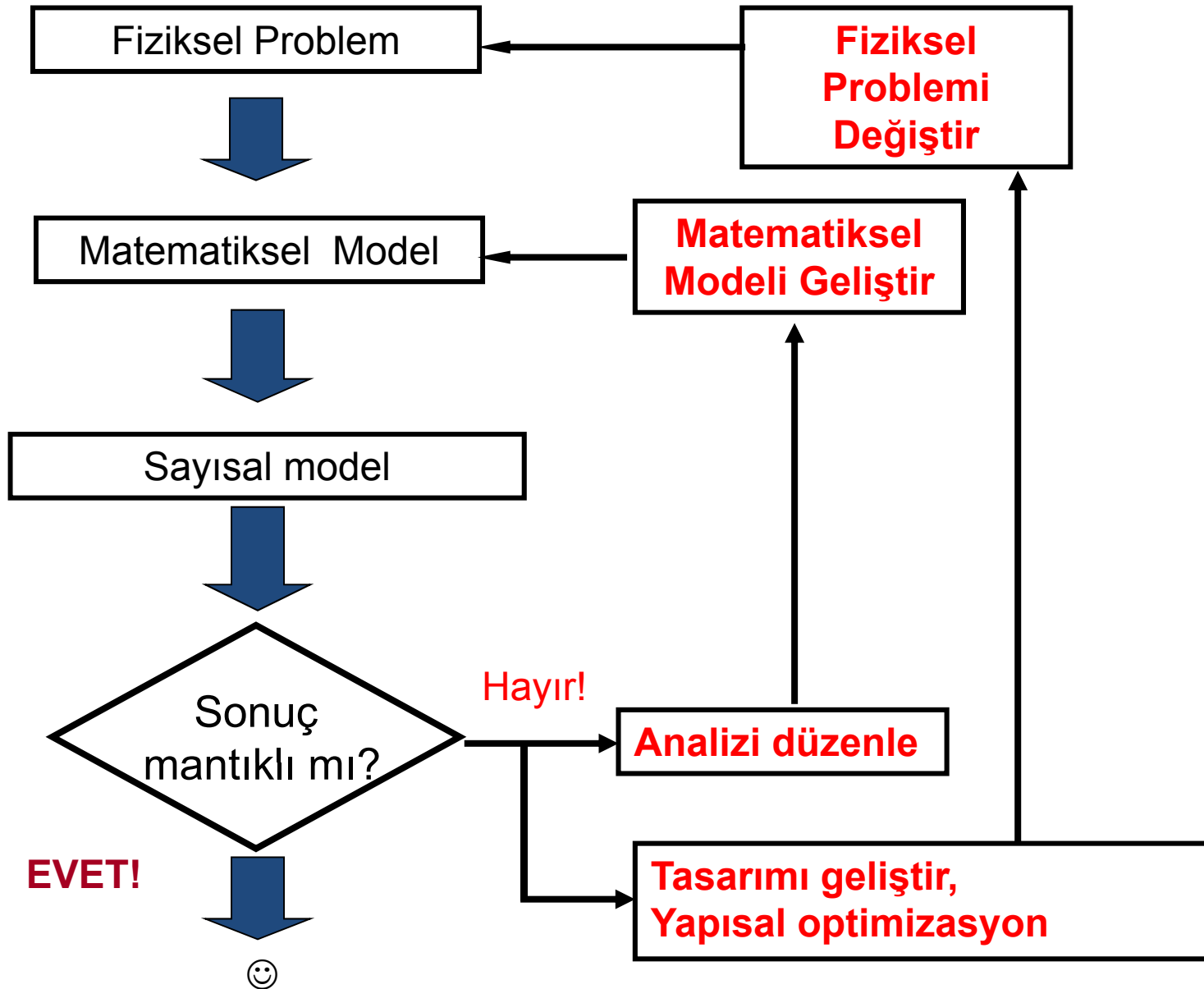
Mukavemet ve Sonlu eleman çözümlerinde (sehimde) %20 lik bir fark var!

Hangi sonuç ne kadar kabul edilebilir?

Eğer çubuktaki maksimum gerilmeyi hesap etmek istersek?

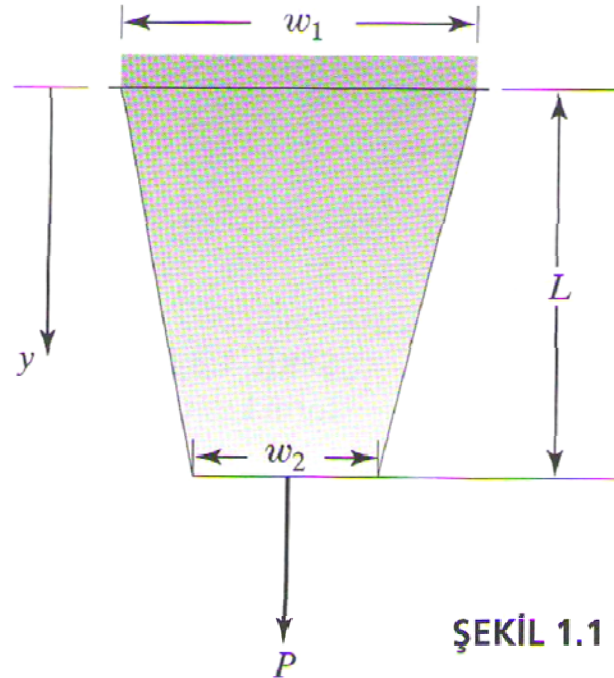
Hangi model daha kullanışlı?

Fiziksel Problemin Modellenmesi



Sonlu Elemanlar Yöntemi – Direk Formulasyon - Örnek

Şekil 1.1’de gösterildiği gibi değişken kesitli ve P yükünü taşıyan bir çubuğu göz önüne alalım. Çubuğun bir ucu sabitlenmiş olup diğer ucunda ise P yükü etki etmektedir. Çubuğun üst genişliğini w_1 , alt genişliğini w_2 , kalınlığını t ve uzunluğunu L ile tanımlayalım. Çubuğun elastiklik modülü E ile temsil edilmektedir. Çubuğa P yükü uygulandığında, uzunluğu boyunca değişik noktaların ne kadar yer değiştireceğini bulmak istemekteyiz. Uygulanan kuvvetin çubuğun ağırlığından çok fazla olduğunu kabul ederek, aşağıdaki analizde çubuğun ağırlığını ihmal edeceğiz:



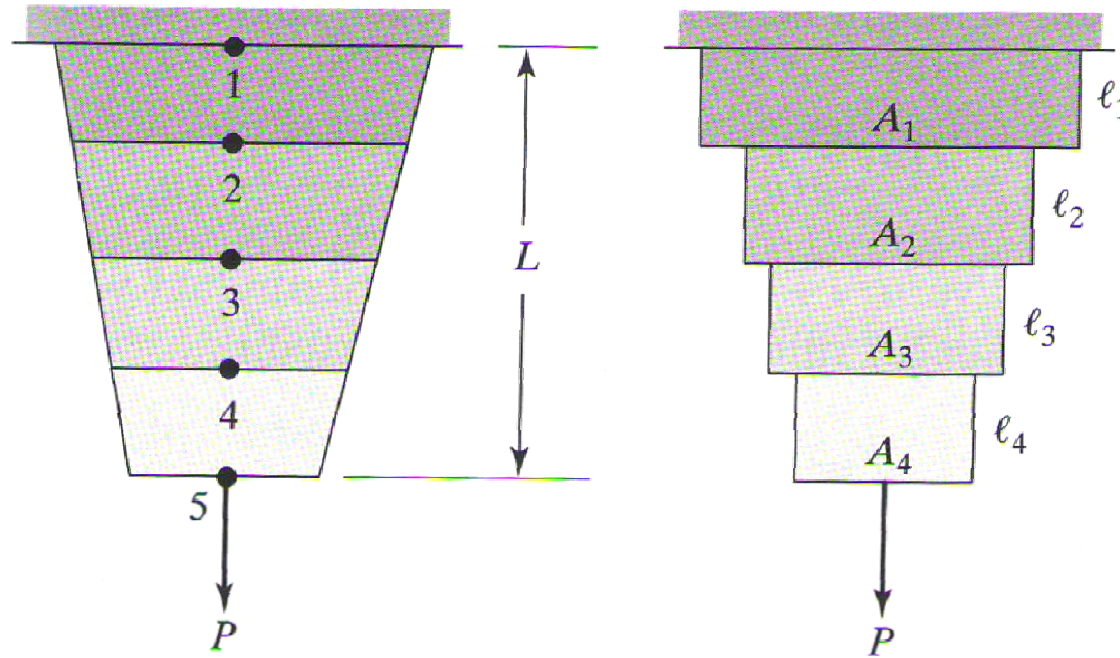
ŞEKİL 1.1 Eksenel yük altında bulunan bir çubuk.

Sonlu Elemanlar Yöntemi – Direk Formulasyon - Örnek

Ön işlem Aşaması

1. Çözüm Bölgesinin sonlu elemanlar ile bölüntülenmesi

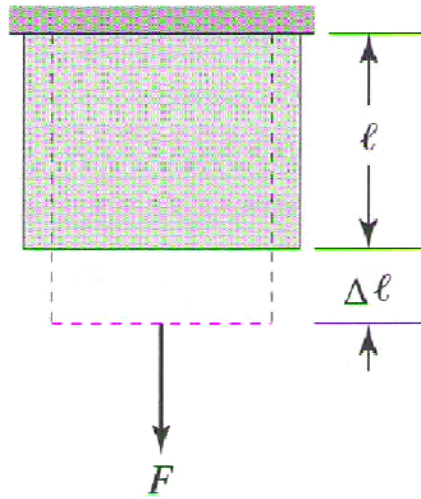
Problemi düğüm noktaları ve elemanlara bölelim (basit olması açısından 4 eleman ve 5 düğüm noktası düşünelim):



Sonlu Elemanlar Yöntemi – Direk Formulasyon - Örnek

2. Bir elemanın davranışını yaklaşık olarak temsil eden bir çözümün öngörülmesi

Şekildeki üniform A kesit alanına ve ℓ uzunluğuna sahip bir katı uzvun bir F kuvvetine mağruz kaldığında yerdeğıştirmesini inceleyelim:



Uzuvdaki ortalama gerilme:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Uzuvdaki ortalama birim şekil değıştirme:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

Hooke Yasası: Elastisite modülü

$$\sigma = E\varepsilon$$

Temel denklemler kullanılarak:

$$F = \left(\frac{AE}{\ell} \right) \Delta \ell$$

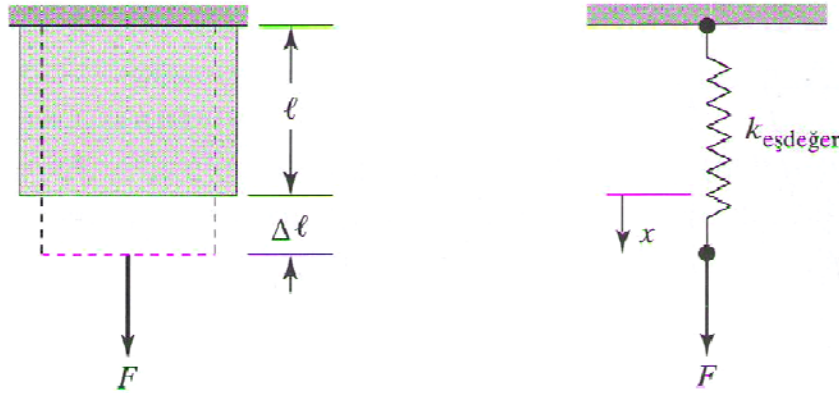
Lineer yay denklemine benzer $F = kx$

Uzvu eşdeğer rijitliği (stiffness)

$$k_{\text{eşd}} = \frac{AE}{\ell}$$

Sonlu Elemanlar Yöntemi – Direk Formulasyon - Örnek

3. Bir eleman için denklemlerin oluşturulması



Çubuk; seri olarak bağlanmış dört adet elastik yaydan (eleman) oluşan bir model ile temsil edilebilir. i ve $i+1$ düğüm noktalarını taşıyan bir elemanın elastik davranışı aşağıdaki denklem ile verilen bir eşdeğer lineer yay ile modellenmektedir:

$$f = k_{\text{eşd}} (u_{i+1} - u_i) = \frac{A_{\text{ort}} E}{\ell} (u_{i+1} - u_i) = \frac{(A_{i+1} + A_i) E}{2\ell} (u_{i+1} - u_i)$$

düğüm noktalarındaki yer
değişiklikler

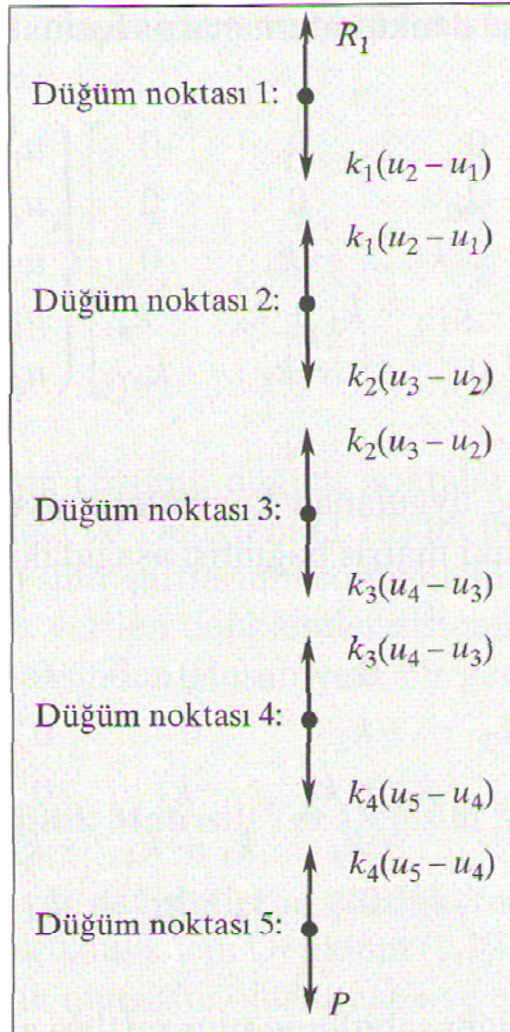
Eleman eşdeğer rijitliği:

$$k_{\text{eşd}} = \frac{(A_{i+1} + A_i) E}{2\ell}$$

Sonlu Elemanlar Yöntemi – Direk Formulasyon - Örnek

4. Tüm problemi temsil eden sistemin oluşturulması

Kuvvetleri gösteren düğüm noktası serbest cisim diyagramı



Düğüm noktalarındaki denge denklemleri:

$$\text{Düğüm noktası 1: } R_1 - k_1(u_2 - u_1) = 0$$

$$\text{Düğüm noktası 2: } k_1(u_2 - u_1) - k_2(u_3 - u_2) = 0$$

$$\text{Düğüm noktası 3: } k_2(u_3 - u_2) - k_3(u_4 - u_3) = 0$$

$$\text{Düğüm noktası 4: } k_3(u_4 - u_3) - k_4(u_5 - u_4) = 0$$

$$\text{Düğüm noktası 5: } k_4(u_5 - u_4) - P = 0$$

Tepki kuvveti R_1 ve uygulanan dış kuvveti P 'i iç kuvvetlerden ayırıp, denklemi baştan düzenleyelim:

$$\begin{array}{cccccccc}
 k_1u_1 & -k_1u_2 & & & & & & = -R_1 \\
 -k_1u_1 & +k_1u_2 & +k_2u_2 & -k_2u_3 & & & & = 0 \\
 & & -k_2u_2 & +k_2u_3 & +k_3u_3 & -k_3u_4 & & = 0 \\
 & & & & -k_3u_3 & +k_3u_4 & +k_4u_4 & -k_4u_5 = 0 \\
 & & & & & & -k_4u_4 & +k_4u_5 = P
 \end{array}$$

Sonlu Elemanlar Yöntemi – Direk Formulasyon - Örnek

Matrix form:

$$\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & 0 & -k_4 & k_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -R_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ P \end{Bmatrix}$$

ya da

$$\begin{Bmatrix} -R_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & 0 & -k_4 & k_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ P \end{Bmatrix}$$

Denklem (*)

Genel haliyle:

$$\{\mathbf{R}\} = [\mathbf{K}]\{\mathbf{u}\} - \{\mathbf{F}\}$$

$$\{\text{Reaksiyon Matrisi}\} = [\text{Rijitlik Matrisi}]\{\text{Yer Değişim Matrisi}\} - \{\text{Yük Matrisi}\}$$

Matrixdeki bilinmeyen sayısına dikkat!

Sonlu Elemanlar Yöntemi – Direk Formulasyon - Örnek

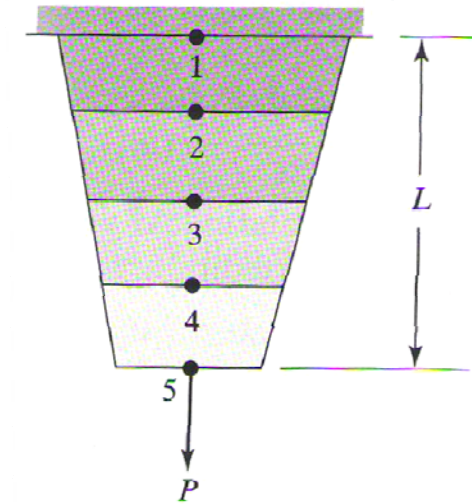
5. Sınır şartlarının uygulanması

Matrixdeki bilinmeyen sayısı 6.

Sınır koşullarını kullanalım: $u_1 = 0$

Böylece:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & 0 & -k_4 & k_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ P \end{Bmatrix}$$



$$[\text{Rijitlik Matrisi}] \{ \text{Yer Değişim Matrisi} \} = \{ \text{Yük Matrisi} \}$$

Bu matrisin çözümü düğüm noktalarındaki yer değiştirme ifadelerini verir.

Çözümünden sonra, Denklem (*) kullanılarak Reaksiyon kuvvetini R_1 hesaplayabiliriz.

Sonlu Elemanlar Yöntemi – Direk Formulasyon - Örnek

Çözüm Aşaması

Cebirsel Denklemin Çözülmesi

Düğüm noktalarındaki sayısal değerlerin belirlenmesi için, $E = 10.4 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$ (alüminyum), $w_1 = 2 \text{ in}$, $w_2 = 1 \text{ in}$, $t = 0.125 \text{ in}$, $L = 10 \text{ in}$ ve $P = 1000 \text{ lb}$ değerlerini alalım. Çözüm aşamasındaki hesaplamalar için Tablo 1.5'te verilen değerler kullanılacaktır.

TABLO 1.5 Örnek 1.1'de verilen elemanların özellikleri.

Eleman	Düğüm Noktaları	Ortalama Kesit Alanı (in ²)	Uzunluk (in)	Elastiklik Modülü (lb/in ²)	Eleman Rijitlik Katsayısı (lb/in)
1	1 2	0.234375	2.5	10.4×10^6	975×10^3
2	2 3	0.203125	2.5	10.4×10^6	845×10^3
3	3 4	0.171875	2.5	10.4×10^6	715×10^3
4	4 5	0.140625	2.5	10.4×10^6	585×10^3

Çubuğun y-yönünde kesit alanındaki değişim aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

$$A(y) = \left(w_1 + \left(\frac{w_2 - w_1}{L} \right) y \right) t = \left(2 + \frac{(1 - 2)}{10} y \right) (0.125) = 0.25 - 0.0125y$$

her bir düğüm noktasındaki kesit alanı hesaplanabilir:

$$A_1 = 0.25 \text{ in}^2 \quad A_2 = 0.25 - 0.0125(2.5) = 0.21875 \text{ in}^2$$

$$A_3 = 0.25 - 0.0125(5.0) = 0.1875 \text{ in}^2 \quad A_4 = 0.25 - 0.0125(7.5) = 0.15625 \text{ in}^2$$

$$A_5 = 0.125 \text{ in}^2$$

Sonlu Elemanlar Yöntemi – Direk Formulasyon - Örnek

Daha sonra, her bir eleman için eşdeğer rijitlik katsayısı aşağıdaki denklemlerden hesaplanabilir,

$$k_{\text{eşd}} = \frac{(A_{i+1} + A_i)E}{2\ell}$$

$$k_1 = \frac{(0.21875 + 0.25)(10.4 \times 10^6)}{2(2.5)} = 975 \times 10^3 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$$

$$k_2 = \frac{(0.1875 + 0.21875)(10.4 \times 10^6)}{2(2.5)} = 845 \times 10^3 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$$

$$k_3 = \frac{(0.15625 + 0.1875)(10.4 \times 10^6)}{2(2.5)} = 715 \times 10^3 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$$

$$k_4 = \frac{(0.125 + 0.15625)(10.4 \times 10^6)}{2(2.5)} = 585 \times 10^3 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$$

Sonlu Elemanlar Yöntemi – Direk Formulasyon - Örnek

Sınır şartı $u_1 = 0$ ve yük $P = 1000$ lb uygulanması ile,

$$10^3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -975 & 1820 & -845 & 0 & 0 \\ 0 & -845 & 1560 & -715 & 0 \\ 0 & 0 & -715 & 1300 & -585 \\ 0 & 0 & 0 & -585 & 585 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 10^3 \end{Bmatrix}$$

ya da

$$10^3 \begin{bmatrix} 1820 & -845 & 0 & 0 \\ -845 & 1560 & -715 & 0 \\ 0 & -715 & 1300 & -585 \\ 0 & 0 & -585 & 585 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 10^3 \end{Bmatrix}$$

Çözülen yer değişim değerleri $u_1 = 0$, $u_2 = 0.001026$ in, $u_3 = 0.002210$, $u_4 = 0.003608$ in ve $u_5 = 0.005317$ in.

Sonlu Elemanlar Yöntemi – Direk Formulasyon - Örnek

Son İşlem Aşaması

Diğer Bilgilerin Elde Edilmesi

Örneğin, düğüm noktalarında oluşacak gerilmeleri hesaplamak için:

$$\sigma = \frac{f}{A_{\text{ort}}} = \frac{k_{\text{esd}}(u_{i+1} - u_i)}{A_{\text{ort}}} = \frac{\frac{A_{\text{ort}} E}{\ell}(u_{i+1} - u_i)}{A_{\text{ort}}} = E \left(\frac{u_{i+1} - u_i}{\ell} \right)$$

kullanılır ve herbir eleman için ortalama normal gerilmeler hesaplanabilir.

$$\sigma^{(1)} = E \left(\frac{u_2 - u_1}{\ell} \right) = \frac{(10.4 \times 10^6)(0.001026 - 0)}{2.5} = 4268 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$$

$$\sigma^{(2)} = E \left(\frac{u_3 - u_2}{\ell} \right) = \frac{(10.4 \times 10^6)(0.002210 - 0.001026)}{2.5} = 4925 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$$

$$\sigma^{(3)} = E \left(\frac{u_4 - u_3}{\ell} \right) = \frac{(10.4 \times 10^6)(0.003608 - 0.002210)}{2.5} = 5816 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$$

$$\sigma^{(4)} = E \left(\frac{u_5 - u_4}{\ell} \right) = \frac{(10.4 \times 10^6)(0.005317 - 0.003608)}{2.5} = 7109 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$$

NOT: Problem için Mukeyemet çözümleri:

$$\sigma^{(1)} = 4267 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \quad \sigma^{(2)} = 4923 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \quad \sigma^{(3)} = 5818 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \quad \sigma^{(4)} = 7111 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$$

Sonlu Elemanlar Yöntemi – Direk Formulasyon - Örnek

1 numaralı düğüm noktasındaki Reaksiyon kuvvetinin bulunması (Denklem (*)'ın 1. satırının çözülmesiyle bulunabilir:)

$$R_1 = k_1(u_2 - u_1) = 975 \times 10^3(0.001026 - 0) = 1000 \text{ lb}$$